

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย

A Study on Mathematical Misconceptions in Limit and Derivative of a function
of Matthayomsueksa 6 Students of Satri Sri Suriyothai School

อภิชัย ลิ้มสุวิชาโน¹, รศ.ดร.นพพร แหยมแสง², ผศ.ดร.วินิจ เทือกทอง³

¹นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง

²คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

³สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

บทคัดย่อ

การศึกษาวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย ที่เรียนวิชา แคลคูลัสเบื้องต้น ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 122 คน ได้มาโดยการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน แบบเขียนตอบ จำนวน 2 ชุด ประกอบด้วย (1) ลิมิตของฟังก์ชัน จำนวน 6 ข้อ และ (2) อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 6 ข้อ มีค่าความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ระหว่าง 0.67-1.00 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.746 และ 0.735 ตามลำดับ มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.28-0.73 และค่าอำนาจจำแนก (r) ระหว่าง 0.32-0.48 วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาความถี่ ร้อยละ

ผลการวิจัย พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เมื่อจำแนกตามประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านเกี่ยวกับบทนิยาม มากที่สุด รองลงมา เป็นลักษณะในด้านอื่น ๆ เช่น การให้เหตุผล การใช้สูตรและสัญลักษณ์ และการตีความ

คำสำคัญ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน, ลิมิตและอนุพันธ์

Abstract

This research aims to study the Mathematical Misconception in limit and derivative of a function. The sample group that used in this study is 122 students of Mathayomsuksa 6 Students of Satri Sri Suriyothai School that study basic calculus in 1st semester of the year 2017, by purposive sampling. Tools used in this research is the concept of mathematical diagnostic test on the limit and derivative of the function with subjective test consist of 2 test (1) the limit of a function with 6 items and (2) the derivative of a function with 6 items. The index of Item-Objective Congruence ranged between 0.67-1.00, the confidence of the test equal to 0.746 and 0.735 respectively. The item difficulty ranged between 0.28-0.73, the item discrimination ranged between 0.32-0.48. Data were analyzed by frequency, percentage.

The results of this research showed that the mathematical misconception as classified by type of misconception. The students have the mathematical misconception in the field about the definition for the most, followed by characteristic in other ways such as reasoning, using formulas and symbols and interpretation.

Keyword Misconception, limit and derivative

บทนำ

ด้วยลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์หรือธรรมชาติของคณิตศาสตร์นั้น ส่วนใหญ่เนื้อหาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เช่น คำนิยาม อนิยาม หรือสัจพจน์ที่เป็นข้อตกลง (สุรศักดิ์ อมรรัตร์ศักดิ์ และอนุสรณ์ สกุลคู, 2541, หน้า 5-7) เป็นต้น จึงยากต่อการเข้าใจ อีกทั้งคณิตศาสตร์มีเนื้อหาสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน การเรียนเนื้อหาใหม่จำเป็นต้องอาศัยเนื้อหาพื้นฐานที่เรียนมาแล้วแทบทั้งสิ้น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้ วรรณรัตน์ วิบูลสุข (อ้างถึงใน สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2558, หน้า 128) ได้กล่าวไว้ว่า การศึกษาวิชาแคลคูลัส ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้มากมาย หากผู้เรียนไม่แม่นยำในความรู้พื้นฐาน ย่อมทำให้การเรียนแคลคูลัสไม่ประสบผลสำเร็จ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดสำคัญ เกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ แล้วสรุปเป็นความเข้าใจ ในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ (Cooney, Davis and Henderson, 1975, p. 85) ในขั้นตอนหรือกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนบางคนอาจมีความเข้าใจที่ผิดพลาดเกิดขึ้นอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เป็นเหตุให้ผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์ หากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง จะส่งผลกระทบต่อการศึกษาในเนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไปด้วย สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2551, หน้า 2-3) กล่าวว่า ผู้เรียนที่ขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แต่เรียนคณิตศาสตร์โดยการท่องจำ หรือทำแบบฝึกหัดซ้ำ ๆ หรือการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการที่คุ้นเคย จะไม่เข้าใจความหมาย ที่มา ความสำคัญ และการใช้งานของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน ทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ ไปใช้ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่แตกต่างกัน สถานการณ์ในห้องเรียนได้ นอกจากนี้ Brown (1992, pp. 17-34) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อน จะทำให้มีปัญหาในการเรียนรู้และการทำความเข้าใจในมโนทัศน์ที่สูงขึ้น ดังนั้น ผู้สอนควรจะค้นหาสาเหตุของความคลาดเคลื่อนและวิธีที่จะทำให้นักเรียนที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนลดน้อยลง จนกระทั่งนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

จากการสำรวจและสอบถามข้อมูลของผู้ที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย จำนวน 2 คน เกี่ยวกับสภาพปัญหาด้านการเรียนการสอนนักเรียน ในช่วงปีการศึกษา 2557-2559 พบว่า เนื้อหาเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน รายวิชา แคลคูลัสเบื้องต้น เป็นเรื่องที่นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 มีปัญหาทางการเรียน สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด แบบทดสอบ หรือการตอบคำถามในระหว่างการเรียนการสอนของนักเรียน พบว่า นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถหาคำตอบได้ จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย เพื่อช่วยให้ผู้สอนสามารถพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง และเป็นข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 5 ห้องเรียน ที่เรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น และได้กลุ่มตัวอย่างนักเรียน จำนวน 122 คน โดยการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง
2. เนื้อหาที่ใช้ศึกษาการครั้งนี้ คือเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ลิมิตของฟังก์ชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ระเบียบวิธีวิจัย
การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ เป็นการศึกษาวิจัยเชิงสำรวจ เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
2. ขั้นตอนการวิจัย
 - 2.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 สร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน แบบเขียนตอบ จำนวน 2 ชุด ประกอบด้วย (1) ลิมิตของฟังก์ชัน จำนวน 6 ข้อ และ (2) อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 6 ข้อ เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อแก้ไขภาษา จำนวน ที่ไม่ถูกต้อง ไม่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบ เพื่อวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยเนื้อหาเรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ได้ค่า IOC เท่ากับ 1 ทุกข้อ ส่วนเนื้อหาเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ได้ค่า IOC เท่ากับ 1 จำนวน 5 ข้อ และได้ค่าเท่ากับ 0.67 จำนวน 1 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.746 และ 0.735 ตามลำดับ แบบทดสอบทั้ง 2 ชุด มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.28-0.73 และค่าอำนาจจำแนก (r) ระหว่าง 0.32-0.48
 - 2.3 นำเครื่องมือไปทดสอบนักเรียนซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างต่อไป
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
 - 3.1 ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยแจกแบบทดสอบวินิจฉัยให้กลุ่มตัวอย่างรายบุคคล จำนวน 122 คน
 - 3.2 ผู้วิจัยคัดเลือกนักเรียนเพื่อสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล จำนวน 10 คน โดยการเลือกแบบเจาะจงพร้อมบันทึกเหตุผลของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่และหาค่าร้อยละ

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยจำแนกตามเนื้อหาและประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากนักเรียน จำนวน 122 คน ดังแสดงใน ตาราง 1 ถึง ตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 1 ความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน จำแนกตามเนื้อหา

เรื่อง	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1. ความหมายของลิมิตของฟังก์ชัน	30	24.59
2. ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน	80	65.57
3. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต	19	15.57
4. ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	51	41.80

จากตาราง 1 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ในเนื้อหาเรื่อง ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน (ร้อยละ 65.57) เป็นลำดับแรก รองลงมา คือ ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน (ร้อยละ 41.80) ความหมายของลิมิตของฟังก์ชัน (ร้อยละ 24.59) และ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต (ร้อยละ 15.57) ตามลำดับ

ตาราง 2 ความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำแนกตามเนื้อหา

เรื่อง	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1 ความชันของเส้นโค้ง	64	52.46
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	51	41.80
3. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร	17	13.93
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ	45	36.86
5. อนุพันธ์อันดับสูง	37	30.33
6. การประยุกต์ของอนุพันธ์	32	26.22

จากตาราง 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ในเนื้อหา เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง (ร้อยละ 52.46) เป็นลำดับแรก รองลงมา คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน (ร้อยละ 41.80) ส่วน การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร (ร้อยละ 13.93) มีน้อยที่สุด

ตาราง 3 ความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เรื่อง	ความถี่	ร้อยละ
1. บทนิยาม	197	71.12
2. การตีความ	-	-
3. การให้เหตุผล	21	7.58
4. การใช้สูตรและสัญลักษณ์	15	5.42
5. อื่น ๆ*	44	15.88
รวม	277	100

*เกิดจากการไม่ตอบคำถาม หรือ มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต หรือ ฟังก์ชัน

จากตาราง 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ในด้านเกี่ยวกับบทนิยาม (ร้อยละ 71.12) รองลงมา เกี่ยวกับด้านอื่น ๆ ซึ่งเกิดจากการไม่ตอบคำถาม หรือมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหา อื่น ๆ เช่น พีชคณิต เรขาคณิต หรือ ฟังก์ชัน (ร้อยละ 15.88) ด้านการให้เหตุผล (ร้อยละ 7.58) และด้านการใช้สูตรและสัญลักษณ์ (ร้อยละ 5.42) ตามลำดับ

ตาราง 4 ความถี่และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เรื่อง	ความถี่	ร้อยละ
1. บทนิยาม	113	35.65
2. การตีความ	10	3.15
3. การให้เหตุผล	36	11.36
4. การใช้สูตรและสัญลักษณ์	83	26.18
5. อื่น ๆ*	75	23.66
รวม	317	100

*เกิดจากการไม่ตอบคำถาม หรือ มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต หรือ ฟังก์ชัน

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ในด้านเกี่ยวกับบทนิยาม (ร้อยละ 35.65) รองลงมา เกี่ยวกับการใช้สูตรและสัญลักษณ์ (ร้อยละ 26.18) ด้านอื่น ๆ ซึ่งเกิดจากการไม่ตอบคำถาม หรือมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหา อื่น ๆ เช่น พีชคณิต เรขาคณิต หรือ ฟังก์ชัน (ร้อยละ 23.66) ด้านการให้เหตุผล (ร้อยละ 7.58) และ ด้านการตีความ (ร้อยละ 3.15) ตามลำดับ

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย ที่เรียนวิชา แคลคูลัสเบื้องต้น จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียด ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับบทนิยาม

จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านเกี่ยวกับบทนิยาม เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ร้อยละ 71.12 และ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ร้อยละ 35.65 โดยการวิจัยครั้งนี้พบตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เช่น (1) ในเรื่องของการหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน นักเรียนมีมโนทัศน์ว่า การหาค่าของลิมิตของฟังก์ชัน คือ การหาค่าของฟังก์ชัน ที่ x หรือ ลิมิตของฟังก์ชัน สามารถหาค่าได้ก็ต่อเมื่อ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง อาจเกิดจาก นักเรียนสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับบทนิยามการหาค่าของลิมิตของฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้อง (2) ในเรื่องของการนิยามลิมิตของฟังก์ชันบนช่วงเปิด นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลได้ว่าเป็นเพราะเหตุใด ซึ่งในกรณีนี้ฟังก์ชันนิยามบนช่วงปิด ฟังก์ชันนั้นจะไม่สามารถหาค่าลิมิตที่ปลายปิดนั้นได้ การที่นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลได้นั้น อาจเป็นเพราะนักเรียนยังมีมโนทัศน์ในเรื่องลิมิตของฟังก์ชันที่ไม่เพียงพอ ทำให้นักเรียนเลือกใช้หรือประยุกต์ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตรต่าง ๆ ผิดจากเงื่อนไข และจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนมีความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือมีมโนทัศน์ถูกต้องเพียงบางส่วน อาจเกิดจากการทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียนที่เน้นความรู้เชิงกระบวนการ การคำนวณทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งนักเรียนเกิดความเคยชิน แล้วคิดว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ พรธิดา สุขกรม (2554) ที่ว่า สาเหตุของการเกิดมาจากการที่นักเรียนขาดการเน้นย้ำและฝึกฝนการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยาม ในห้องเรียน ซึ่งส่งผลกระทบต่อนักเรียน แม้บางประเด็นที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว แต่หากไม่ได้ฝึกฝนการใช้ ก็จะทำให้ให้นักเรียนใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจงผิดไปจากความเป็นจริง

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความ

จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านเกี่ยวกับการตีความ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ร้อยละ 3.15 โดยตีความประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง โดยตัวอย่างที่พบในการวิจัย เช่น จากโจทย์คำถามที่ว่า “กำหนดให้ $f(x)$ มีอนุพันธ์ของฟังก์ชันเท่ากับ 2 ที่ $x = 1$ และ $g(x)$ มีอนุพันธ์ของฟังก์ชันเท่ากับ 3 ที่ $x = 1$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f + g$ ที่ $x = 1$ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ” ปรากฏว่ามีนักเรียนตีความโจทย์ผิด โดยเขียนอธิบายแนวคิด เช่น “ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ” หรือ “ $f(x) = 2$ ” แทนข้อความ “ $f(x)$ มีอนุพันธ์ของฟังก์ชันเท่ากับ 2 ที่ $x = 1$ ” ในความเป็นจริง จะต้องเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $f'(1) = 2$ ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะนักเรียน มักจะเคยชินกับการทำโจทย์ที่กำหนดเป็นสัญลักษณ์ เมื่อพบเห็นโจทย์คำถามที่มีประโยคภาษา จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในเนื้อหา และใช้ภาษาข้อความเป็นภาษาสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับ Egodawatte (2011) ที่ว่า ความผิดพลาดบางเรื่องเกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาด้านตัวแปร การขาดความเข้าใจมโนทัศน์พื้นฐานของตัวแปรในบริบทต่าง ๆ ลักษณะที่เป็นนามธรรมในด้านนิพจน์พีชคณิต ปัญหาสำคัญในเรื่องโจทย์ปัญหาคือการแปลความหมายจากภาษาพูดเป็นภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการให้เหตุผล

จากผลการวิจัยพบว่า พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านเกี่ยวกับการให้เหตุผล เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ร้อยละ 7.58 และ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ร้อยละ 7.58 ตัวอย่างที่พบ เช่น จากโจทย์คำถามว่า “ถ้าเส้นโค้งเป็นกราฟของ $y = f(x)$ เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใด ๆ จะเป็น

เส้นตรงที่ผ่านจุด P และมีความชันเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่า เพราะเหตุใด ความชันจึงมีค่าเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ” ปรากฏว่านักเรียนไม่สามารถนำความรู้ เรื่องลิมิตของฟังก์ชัน มาประยุกต์ใช้และให้เหตุผลในการหาค่าความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ ได้ จากการสัมภาษณ์ยังพบว่า นักเรียนเคยชินกับการแก้โจทย์คำถามที่มีลักษณะเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มากกว่าการพิสูจน์ให้เหตุผล บ่งชี้ว่านักเรียนขาดความรู้ ความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถ เลือกใช้หรือประยุกต์ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตรต่าง ๆ ในการสรุปผลได้ สอดคล้องกับ Makonye (2011) พบว่า นักเรียนขาดความเข้าใจในการให้เหตุผลในเรื่องอนุพันธ์จากการหาค่าลิมิตของความชัน ณ จุดใด ๆ บนเส้นโค้ง ซึ่งนักเรียนเชื่อว่าสัญลักษณ์ของอนุพันธ์ที่ใช้เป็นเรื่องของขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยขาดความเข้าใจ

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรและสัญลักษณ์

จากผลการวิจัยพบว่า พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านเกี่ยวกับการใช้สูตรและสัญลักษณ์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ร้อยละ 5.42 และ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ร้อยละ 26.18 ตัวอย่าง ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตร เช่น มีนักเรียนเข้าใจว่า

$$(g \circ f)'(2) = (g)'(2) \cdot (f)'(2)$$

หรือ $(g \circ f)'(x) = (g)'(x) \cdot (f)'(x) + (f)'(x) \cdot (g)'(x)$

โดยสูตรของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบที่ถูกต้องคือ

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot (f)'(x)$$

ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ เช่น

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -1 = -1$$

การอธิบายที่ถูกต้อง จะต้องเขียน

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -1 = -1$$

ตัวอย่างของการใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับ อนุพันธ์ของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง เช่น $(g(f(2)))'$ หรือ $(g(1))'$

สำหรับการเขียนสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง จะต้องเขียน $g'(f(2))$ หรือ $g'(1)$

จากตัวอย่างข้างต้น อาจเกิดจาก นักเรียนเรียนจำสูตรผิด ขาดความรู้ ความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ขาดความระมัดระวังในการคำนวณและการใช้สัญลักษณ์ สอดคล้องกับ Hj Sarwadi and Shahrill (2014) ที่ว่า สาเหตุของความผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนเกิดจากขาดความเข้าใจในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และ ไม่มีความชำนาญในการใช้สูตร

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปใช้

1. จากผลการวิจัย เห็นได้ว่าลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ มีโอกาสเกิดขึ้นได้หลายลักษณะ แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับนักเรียนแต่ละบุคคล ผู้สอนควรตรวจสอบว่านักเรียนมีวิธีการคิดและสร้างความเข้าใจในเนื้อหาอย่างไรบ้าง โดยผู้สอนสามารถนำลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการวิจัยครั้งนี้ไปประยุกต์ใช้เป็นข้อมูลในการสอน ระมัดระวังและเน้นย้ำในประเด็นที่นักเรียนมักเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2. ผู้สอนอาจกระตุ้นโดยการตั้งคำถามจากบทเรียน และยกตัวอย่างเพิ่มเติมให้มากขึ้น เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง รวมถึงฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ เช่น การแก้ปัญหา การให้เหตุผล จากการแสดงความคิดเห็นเป็นรายบุคคลอย่างสม่ำเสมอ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรหาวิธีการการสอนที่เหมาะสม หรือการสร้างนวัตกรรมมาใช้ในการสอน เพื่อพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน และช่วยให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน้อยลง

2. ควรศึกษาพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาของผู้สอน เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

รายการอ้างอิง

- พรธิดา สุขกรม. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณรัตน์ วิบูลสุข. (2554). การศึกษาการจัดการเรียนการสอนแบบจับคู่เพื่อนช่วยเพื่อนในวิชาแคลคูลัส และเรขาคณิตศาสตร์ MA1093. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2558). การสร้างชุดฝึกปฏิบัติวิชาแคลคูลัส 2 สำหรับนักศึกษาเอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร. *วารสารวิจัยราชภัฏพระนคร*, 10(2), 123-131.
- สุรศักดิ์ อมรรัตร์ศักดิ์ และอนุสรณ์ สกุลคุ. (2541). *การประเมินผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2551). *การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Brown, D. V. (1992). Using examples and analogies to remediate misconceptions in physics: Factors influencing conceptual change. *Journal of Research in Science Teaching*, 29(1), 17-34.
- Cooney, T.J., Davis, E.J., & Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. Unpublished master's thesis, University of Toronto, Ontario, Canada.
- Hj Sarwadi, R. & Shahrill, M. (2014). Understanding Students' Mathematical Errors and Misconceptions: The Case of Year 11 Repeating Students. *Mathematics Education Trends and Research*. Retrieved February 1, 2017, from <http://www.ispacs.com/journals/metr/2014/metr-00051/>
- Makonye, J. (2011). *Learner Mathematical Errors in Introductory Differential Calculus Tasks: A Study of Misconceptions in the Senior School Certificate Examinations*. Unpublished master's thesis, University of Johannesburg, South Africa.