

ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ด้วยวิธีการแบบเปิด
Mathematical Concept image for Grade 10th Students
in Topic Analytic Geometry by Open Approach

มูทิตา พากเพียร

นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

E-mail: muthitaphakphian@gmail.com

สุวรรณี เปลี่ยนรัมย์

E-mail: suwarnnee@tsu.ac.th

ธนิกา วศินยานุวัฒน์

E-mail: thanika.v@tsu.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 4 แผน เครื่องบันทึกภาพ และเครื่องบันทึกเสียงของนักเรียนในระหว่างกิจกรรม ซึ่งวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์โปรโตคอลและบรรยายเชิงวิเคราะห์จากใบกิจกรรมและบทสนทนา ตามกรอบแนวคิดของโครงสร้างภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ของ Tall and Vinner ผลการวิจัย พบว่า วิธีการแบบเปิด ซึ่งประกอบด้วย 1) การนำเสนอวิธีการแบบเปิด 2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) การอภิปรายร่วมกันและเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน 4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นั้นเป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เห็นภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการทำกิจกรรมกลุ่ม และการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นั่นคือ นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบแนวคิดเพื่อปรับปรุง และพัฒนาภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโน้ตทัศน์เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ และใช้ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองสร้างขึ้นเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง โดยนำเสนอผ่านภาพในใจ คุณสมบัติ และกระบวนการ

คำสำคัญ: ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์, วิธีการแบบเปิด, เรขาคณิตวิเคราะห์

Abstract

The purpose of this research was to study the Mathematical concept image of Grade 10th Students on the subject of analytic geometry by Open Approach. The research instruments consisted of 4 lesson plans on analytic geometry, video recorders, and audio recorders of students during the activities. The data were analyzed using protocol analysis and analytical descriptions from activity sheets and conversations according to the conceptual framework of the components of the concept image. Tall and Vinner. The research results found that the Open Approach, consisting of 1) Posing Open-ended Problem, 2) Student's Self Learning, 3) Whole Class Discussion and Comparison, and 4) Summarization thought Connecting Student's Mathematical Idea Emerged in the Classroom, is a learning management process that emphasizes students to see the mathematical conceptual image from group activities and discussions in the classroom. That is, students compare concepts to improve and develop their mathematical conceptual image to be more complete. Students analyze problem situations related to the concept of analytic geometry and use the mathematical conceptual image that they created to solve mathematical problems correctly by presenting them through mental images, properties, and processes.

Keywords: Mathematical concept image, Open Approach, Analytic geometry

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการพัฒนามนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบแบบแผน สามารถแก้ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตรจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ซึ่งเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นต้องการให้นักเรียนได้มีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีทักษะการคิดคำนวณ สามารถนำหลักการ กฎ สูตร มาใช้ และสามารถแก้ปัญหาได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2558) วิชาคณิตศาสตร์ถือได้ว่าเป็นวิชาที่ต้องใช้ความแม่นยำสูง ซึ่งมีโน้ตทัศน์ที่แม่นยำสามารถสร้างรากฐานที่มั่นคงให้ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ต่อไป มโนทัศน์มากมายที่เราใช้ไม่ได้นิยามไว้อย่างเป็นทางการ แต่เราเรียนรู้ที่จะจำด้วยประสบการณ์และใช้งานในบริบทที่เหมาะสม (Tall & Vinner, 1981)

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ โดยสามารถสรุปความเข้าใจเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย กฎ สูตร

สามารถสรุปได้ถูกต้องเป็นภาษาของตัวเอง และสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่สัมพันธ์กันเข้าด้วยกัน การเรียนการสอน คณิตศาสตร์ ความสำคัญทางการเรียนขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ถูกต้องในการเรียนรู้ หากว่านักเรียน มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีและถูกต้องแล้ว ก็จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีด้วย (อภิสิทธิ์ชัยวงศ์, 2555) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในโครงสร้างทางปัญญา (Cognitive Structure) ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ดังนี้ 1. บทนิยามมโนทัศน์ (Concept Definition) 2. ภาพลักษณ์มโนทัศน์ (Concept Image) ซึ่งภาพลักษณ์มโนทัศน์เป็นมโนทัศน์ที่มีความสำคัญในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ภาพลักษณ์มโนทัศน์ (Concept image) หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่งซึ่งอยู่ ภายในใจ ซึ่งรวมถึงชื่อ ภาพในใจ คุณสมบัติ และกระบวนการทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น อาจขึ้นอยู่กับ ประสบการณ์ก่อนหน้าที่ได้รับ และต่อยอดได้เมื่อเจอประสบการณ์ใหม่ ๆ และสัญลักษณ์ของมโนทัศน์นั้น ภาพลักษณ์มโนทัศน์จะมีความคงทนกว่าบทนิยามมโนทัศน์ (Concept definition) (Vinner, 1983) ถ้านักเรียนมีภาพลักษณ์มโนทัศน์ลึกซึ้ง มีความประทับใจ มีโครงสร้างการรับรู้ในเรื่องนั้น ๆ ที่เอื้อต่อการศึกษา ปัญหา จะทำให้มองเห็นสภาพปัญหาและช่องทางต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาโดยดึงข้อมูลมาใช้ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นการสร้างความเข้าใจด้วยตนเอง อย่างมีความหมายเกี่ยวกับสิ่งที่ตนเรียนมาอย่างแท้จริง สามารถนำไป ประยุกต์ใช้แก้ปัญหา

ปัจจุบันจะเห็นได้จากผลจากโครงการประเมินผลงานนักเรียนร่วมกับนานาชาติ หรือ PISA ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยลดลงจากเดิม และมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง และจาก PISA เน้นการประเมินไปที่ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนยังต้องอาศัยแนวคิดเชิงคำนวณ ยังรวมถึงมโนทัศน์พื้นฐานของคณิตศาสตร์ ในการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงได้ โครงสร้างทาง คณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์อย่างมากกับการแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ ซึ่งควรใช้เท่าที่จำเป็นเพื่อสื่อความหมาย ของสัญลักษณ์นั้น การใช้มโนทัศน์ข้อเท็จจริง ตามนิยามความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ หมายถึงสมรรถนะใน การประยุกต์ใช้มโนทัศน์ แต่ละบุคคลต้องแสดงการดำเนินการตามกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ที่จำเป็น เพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์และหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การจัดการกับสัญลักษณ์ การพิจารณา เลือกข้อมูล ทางคณิตศาสตร์จากตารางหรือกราฟ การแสดงและการจัดการกับรูปเรขาคณิตสามมิติ และการวิเคราะห์ ข้อมูล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566)

การพัฒนาภาพลักษณ์มโนทัศน์ของนักเรียนให้ประสบความสำเร็จนั้นขึ้นอยู่กับรูปแบบการสอน การจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สำคัญและมีประโยชน์เป็นอย่างยิ่ง ซึ่งวิธีการแบบเปิด เป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนอง ความสามารถของนักเรียนควบคู่ไปกับระดับของการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้และสามารถขยายหรือ เพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เพื่อเรียนรู้วิธีการคิดและวิธีการทำความเข้าใจ ทั้งของตนเองและของผู้อื่นร่วมกัน ซึ่งวิธีการแบบเปิดเป็นการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยที่ให้นักเรียน ลงมือปฏิบัติจริง ทุกขั้นตอนจนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) วิธีการแบบเปิดมีผล

ต่อการพัฒนาภาพลักษณ์นิเทศน์ เนื่องจากสามารถพัฒนาภาพลักษณ์นิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเห็นได้จากโครงสร้างภาพลักษณ์นิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิดเป็นการสอนเพื่อให้ นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ในแนวทางที่ตอบสนองความสามารถของพวกเขาควบคู่กันไปกับ ระดับการตัดสินใจด้วยตนเองในการเรียนรู้และสามารถขยาย หรือเพิ่มเติมคุณภาพของกระบวนการและผลที่ เกิดขึ้นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557) ขั้นตอนวิธีการแบบเปิดในฐานะที่เป็นวิธีสอนที่ทำให้ สอดคล้องกับกระบวนการของการศึกษาชั้นเรียน 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด เมื่อตั้งปัญหาปลายเปิดอยู่ในชั้นเรียน นักเรียนก็เกิดข้อสงสัยในปัญหา ซึ่งการที่จะช่วยเหลือให้นักเรียนเข้าใจ ความหมายของปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ 2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน คือการปรับความคิดเห็นของ นักเรียนให้เข้ากัน สามารถค้นหาการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนได้ ความคิดของนักเรียนในรายบุคคลมี ความสำคัญมากในการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่ม 3. การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ ช่วงอภิปรายบทเรียน มีความสำคัญมากในการจดบันทึกคำตอบ วิธีการหรือการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนได้ทำในกลุ่ม 4. การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน คือ ครูจะรวบรวมความคิดที่นักเรียน นำเสนอมาและรวมกับสิ่งที่ครูได้เตรียมการมาแล้วล่วงหน้า นำมาสรุปรวมกันให้มีความลงตัวพอดี

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดไปใช้ในการศึกษาภาพนิเทศน์ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกถึงแนวคิดของตนได้อย่างอิสระเต็มที่ ทำให้นักเรียนสามารถสร้างภาพลักษณ์นิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมโยงนิเทศน์ที่คงทน อีกทั้งยังได้ แลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหากับนักเรียนคนอื่นในชั้นเรียนอีกด้วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาภาพลักษณ์นิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิต วิเคราะห์ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

ขอบเขตการวิจัย

1. ขอบเขตประชากร

กลุ่มเป้าหมายในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ห้อง 5 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ จังหวัดสงขลา จำนวน 40 คน สายการเรียนวิทย์ - คณิต

2. ขอบเขตตัวแปร

ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด, ตัวแปรตาม คือ ภาพลักษณ์นิเทศน์ ทางคณิตศาสตร์

3. ขอบเขตระยะเวลา

ตั้งแต่เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2567 – กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2568

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ระเบียบวิธีวิจัย การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (CAR: Classroom Action Research)

2. ขั้นตอนการวิจัย ผู้วิจัยแบ่งการเก็บรวบรวมวิจัยเป็น 3 ดังนี้

2.1 ก่อนเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยค้นหาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับวิจัย ประกอบด้วยภาพลักษณ์นิทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) การมีส่วนร่วมของนักเรียนกับสถานการณ์ปัญหา บริบทของกลุ่มเป้าหมาย ออกแบบเครื่องมือที่ใช้ในวิจัย และศึกษากรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้จัดเตรียมชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยและมีประสบการณ์ร่วมกับชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2.2 เก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นบันทึกข้อมูล และสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3 หลังเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัย ครูพี่เลี้ยง และอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วมกันสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อันแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ นำข้อค้นพบไปปรับปรุงแก้ไข และพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป เมื่อจัดการเรียนรู้ครบทุกแผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นผู้วิจัยจะนำข้อมูลของนักเรียน แต่ละกลุ่มไปวิเคราะห์ข้อมูล

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น โดยระหว่างการทำกิจกรรมผู้วิจัยจะมีการจดบันทึกแนวคิด ข้อซักถามของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นระยะ ตลอดจนการทำกิจกรรมและขั้นตอนการออกมาอภิปรายแนวคิดของนักเรียนนักชั้นเรียน โดยหลังการจัดการเรียนรู้ของแต่ละแผน ผู้วิจัยมีการสะท้อนผลกับครูพี่เลี้ยง และปรับแก้ในแผนต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ภาพลักษณ์นิทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์โปรโตคอลและเชิงบรรยาย ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับใบกิจกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างที่นักเรียนเกิดภาพลักษณ์นิทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดระหว่างการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้ข้อมูลจากใบกิจกรรม ภาพผลงานของนักเรียน และบทสนทนาของนักเรียนและครูในระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดวิธีการแบบเปิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) และตามกรอบแนวคิดขององค์ประกอบของภาพลักษณ์นิทัศน์ Tall and Vinner. (1981)

ผลการวิจัย

การศึกษาภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ผลการแสดงผลออกถึงภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 สรุปการแสดงผลออกถึงโครงสร้างภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด	ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์		
	ภาพในใจ	คุณสมบัติ	กระบวนการ
1. การนำเสนอปัญหาปลายเปิด	-	-	-
2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	✓	✓	✓
3. การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ	✓	✓	✓
4. การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน	-	✓	-

โดยยกสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยและภาษาที่เข้าถึงได้ ผู้วิจัยจะอธิบายการสอนตามลำดับขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด

ขั้นตอนที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 “สวนสัตว์หรรษา” เรื่อง ระยะทางระยะจุดสองจุด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 “ตามล่าหาสมบัติ” เรื่อง จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 “Travel Khao Tang Kuan” เรื่องความชันของเส้นตรง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 “ลอยฟ้ามหาสนุก” เรื่องเส้นขนาน

เมื่อผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว แล้วแจกใบกิจกรรมจากนั้นให้นักเรียนทำใบกิจกรรมและปฏิบัติตามขั้นตอนที่ 2 ของวิธีการแบบเปิด

ขั้นตอนที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

โดยผู้วิจัยนำสถานการณ์จากการไปเที่ยวปิดเทอมว่าครูวางแผนจะไปสวนสัตว์โดยทำทุกอย่างไว้แล้วไม่ว่าจะเป็นแผนที่การเดินทาง แต่เนื่องจากติดภารกิจของโรงเรียนทำให้ไม่ได้สามารถไปได้ และนี่คือแผนที่ที่ครูมุกสร้างไว้ จากแผนที่ 1 พบกับภาพลักษณะมโนทัศน์ที่ประกอบภาพในใจ คุณสมบัติ และกระบวนการได้ดังนี้

ภาพในใจ (Mental Pictures) หมายถึง นักเรียนใช้ภาพในใจที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น (รูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ หรือสัญลักษณ์) เพื่อเขียนอธิบายถึงวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาได้



ภาพที่ 1 ภาพประกอบการทำกิจกรรมที่แสดงถึงภาพในใจของนักเรียนที่สมบูรณ์

จากภาพที่ 1 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถสามารถเส้นทางได้อย่างหลากหลาย และสังเกตเห็นถึงรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

คุณสมบัติ (Properties) หมายถึง นักเรียนใช้คุณสมบัติ (กฎ สูตร หรือบทนิยาม) เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น และเขียนอธิบายถึงวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาได้



ภาพที่ 2 ภาพประกอบการทำกิจกรรมที่แสดงถึงคุณสมบัติของนักเรียนที่สมบูรณ์

จากภาพที่ 2 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีการเขียนเส้นทางในการเดินและระบุว่าจากพีทาโกรัสของสามเหลี่ยมมุมฉากทำให้นักเรียนสามารถนำสูตรพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

กระบวนการ (Processes) หมายถึง นักเรียนมีลำดับขั้นตอนในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น และเขียนหรืออธิบายถึงวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาได้

วิชาชีววิทยา ชั้นมัธยมศึกษา

กลุ่มที่ 2

- **พ.ร.1** : ครูได้พากระดานชนวนและกระดาษเป็นสีนวลจากตัวอักษรไปส่องกล้องจุลทรรศน์
- **พ.ร.2** : นักเรียนได้ดูไมโครสโคปและเห็นเซลล์ของพืชที่วางบนฟิล์มที่ติดกับกระจกหน้าต่าง
- **พ.ร.3,4** : เด็ก **สามเหลี่ยมมุมฉาก**
- **พ.ร. 1-2** : นักเรียนสามารถหาเซลล์ในไมโคร
- **พ.ร.2** : นักเรียนสามารถหาไมโคร
- **พ.ร. 3** : นักเรียนสามารถหาไมโคร
- **พ.ร.2,3,4** : นักเรียนสามารถหาไมโครได้ถึง 9 ช่อง และจากตัวอักษรไปส่องกล้องจุลทรรศน์ 7 ช่อง
- **พ.ร.2** : นักเรียนสามารถหาไมโครและเห็นเซลล์ในไมโครสโคปได้
- **พ.ร.4** : นักเรียนสามารถใช้กล้องจุลทรรศน์
- **พ.ร.2** : นักเรียนสามารถใช้กล้องจุลทรรศน์
- **พ.ร.3** : นักเรียนสามารถใช้กล้องจุลทรรศน์



ภาพที่ 3 ภาพประกอบการทำกิจกรรมที่แสดงถึงกระบวนการของนักเรียนที่สมบูรณ์

จากภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีการหาเส้นทางในการเดินและพยายามหาเส้นทางที่หลากหลาย แต่ติดที่จะหาระยะทางอย่างไร จนมีนักเรียนพูดถึงสามเหลี่ยมมุมฉาก และพีทาโกรัสซึ่งเป็นกระบวนการในการแก้ปัญหาที่เรียงจากภาพในใจ **คุณสมบัติ** มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 3 การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดในชั้นเรียน

นักเรียนได้แสดงออกมาเพื่อแก้ปัญหาในขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยตัวเองของนักเรียน และนำสิ่งที่เขียนในใบกิจกรรมกลุ่มมาอธิบายหน้าชั้นเรียนในขั้นตอนการอภิปรายร่วมกัน และเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน โดยอธิบายผ่านภาพในใจ **คุณสมบัติ** และกระบวนการที่กลุ่มของตนเอง ใช้ในการแก้ปัญหา

วิชาชีววิทยา ชั้นมัธยมศึกษา

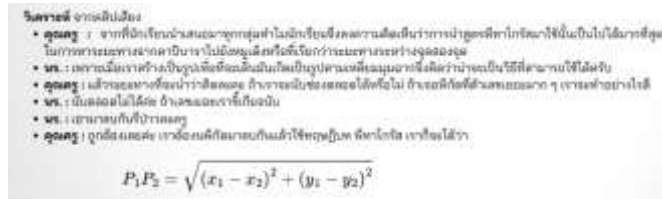
- **พ.ร.1** : นักเรียนได้ทำการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม และนักเรียนได้เห็นความเหมือนของภาพจากกล้องจุลทรรศน์ที่ใช้ดูเซลล์พืชในการหาค่าของตัวอักษรไปส่องกล้องจุลทรรศน์ และนักเรียนสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมได้ 9 ช่อง และจากตัวอักษรไปส่องกล้องจุลทรรศน์ 7 ช่อง นักเรียนใช้วิธีการหาค่าของพื้นที่
- **คุณสมบัติ** : นักเรียนสามารถหาพื้นที่
- **พ.ร.2** : นักเรียนสามารถหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจากภาพซึ่งได้มาเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้วิธีวัดความยาวของเส้นตรง ซึ่งได้ระยะทางในภาพเขียน
- **พ.ร.3** : นักเรียนสามารถใช้กล้องจุลทรรศน์ มาใช้ดูและ ทำให้นักเรียนได้เห็นรูปของเซลล์พืชที่ติดกับกระจกหน้าต่าง

ภาพที่ 4 ภาพประกอบการอธิบายและเปรียบเทียบแนวคิด

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่าบทสนทนาของนักเรียนนั้นสามารถอธิบายนักเรียนมีการแสดงภาพลักษณะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ออกมาเป็นภาพในใจ **คุณสมบัติ** และกระบวนการ โดยนักเรียนนำเสนอแนวคิดของกลุ่มตนเองผ่านการพูด อธิบายให้เพื่อนในชั้นเรียนเข้าใจเพิ่มมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ในขั้นของการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละแผนการจัดการเรียน เพื่อเชื่อมโยงภาพลักษณะมโนทัศน์ของนักเรียนเข้ากับบทนิยามมโนทัศน์ของเรื่องที่กำลังเรียนอยู่ดังตัวอย่างบทสนทนาที่ปรากฏต่อไปนี้



ภาพที่ 5 ภาพประกอบการเชื่อมโยงแนวคิด

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า ในขั้นตอนการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูและนักเรียนจะร่วมกันสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดเพื่อนำไปสู่คุณสมบัติของสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ของ มโนทัศน์นั้น ๆ โดยใช้ภาพลักษณะมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นจากการเรียนรู้ในห้องเรียนโดยวิธีการแบบเปิด

พบว่านักเรียนมีภาพลักษณะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 3 โครงสร้างคือ 1) ภาพในใจ นักเรียนสามารถ นำรูปภาพมาแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 2) คุณสมบัติ นักเรียนสามารถนำสูตร นิยาม มาใช้ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 3) กระบวนการ นักเรียนมีการแสดงขั้นตอนที่แสดงออกถึงขั้นตอนและ สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

อภิปรายผล

การศึกษาภาพลักษณะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เรขาคณิต วิเคราะห์ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดตามกรอบแนวคิดของ Tall and Vinner (1981) พบว่า ภาพลักษณะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเกิดได้ครบตามกรอบแนวคิดของ Tall and Vinner (1981) ในการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหา และทำให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดที่หลากหลายออกมาเป็นภาพลักษณะมโนทัศน์ที่สามารถนำไปใช้ต่อได้อย่างถูกต้องโดยที่ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) ได้กล่าวไว้ว่า วิธีการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เน้นการพัฒนาศักยภาพต่อการคิดทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนโดยใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด สอดคล้องกับวิจัยของ ลักษณะารีย์ ธรรมศรี (2563) การจัดการ เรียนรู้แบบเปิดช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนาภาพลักษณะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นได้ ส่งผลให้นักเรียนมีภาพลักษณะมโนทัศน์ครบทั้ง 3 รูปแบบส่งผลให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาจาก สถานการณ์ปัญหาได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 ในการจัดการเรียนรู้ครูผู้สอนจำเป็นต้องศึกษาความสามารถของนักเรียน และออกแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสม และทำทาบกับความสามารถของนักเรียน เพื่อเพิ่มแนวคิดที่มีความหลากหลายในชั้นเรียน

1.2 ครูคาดการณ์แนวคิดและประเด็นสำคัญในการที่อาจจะเกิดขึ้นระหว่างการทำกิจกรรมเพื่อเป็นแนวทางในการเรียบเรียงลำดับแนวคิด และเพื่อให้การนำเสนอและอธิบายตามการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดได้อย่างเหมาะสม

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ควรจะนำเสนอสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนมองเห็นภาพเป็นรูปธรรมมากขึ้น

2.2 ควรศึกษาภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาอื่น ๆ หรือในระดับอื่นชั้นที่ต่างกัน

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร : ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education*, 1(1), 1-17.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2557). *กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน Process of Problem Solving in School Mathematics*. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ลักษณารีย์ ธรรมศรี. (2563). *การพัฒนาภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการแบบเปิด*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สงขลา: มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). *การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2022*. สืบค้นเมื่อ 1 มกราคม 2567, จากผลการประเมิน PISA 2022 – PISA THAILAND (ipst.ac.th).
- สิริพร ทิพย์คง. (2558). *มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- อภิสิทธิ์ เคนไชยวงศ์. (2555). *ความรู้เชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของการสอนคณิตศาสตร์*. <https://nadokmai.wordpress.com>

- Vinner, S. (1983). “Concept definition, concept image and the notion of function,” *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.