วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองแบบใหม่สำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค
A Novel Binary Discretization for Particle Swarm Optimization Algorithm

พีระ สกลวิทยานนท์[1]
ชูศักดิ์ พรสิงห์[2]
E-mail PORNSING_C@su.ac.th
[1]นักศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการจัดการงานวิศวกรรม ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการและการจัดการ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยศิลปากร
E-mail pheera.sakonwittayanon@gmail.com
[2]ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการและการจัดการ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยศิลปากร

บทคัดย่อ

ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคถูกพัฒนามาจากการเลียนแบบพฤติกรรมการหาอาหารของฝูงสัตว์ โดยสมาชิกของฝูงจะหาอาหารโดยติดตามสมาชิกตัวที่ใกล้แหล่งอาหารดีที่สุดในขณะนั้น ในแรกเริ่มวิธีการดังกล่าวได้ถูกออกแบบเพื่อใช้สำหรับการค้นหาค่าเหมาะที่สุดของปัญหาแบบค่าต่อเนื่อง อย่างไรก็ตามขั้นตอนวิธีการดังกล่าวสามารถนำไปใช้กับปัญหาค่าไม่ต่อเนื่องได้ แต่ต้องมีวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องมาใช้ในการเข้ารหัสในขั้นตอนวิธีการ โดยงานวิจัยส่วนใหญ่จะใช้วิธีการเข้ารหัสด้วยวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน ในงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองของขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบใหม่ “วิธีเกมพนันลูกเต๋า” และนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต ในการประเมินประสิทธิภาพจะเปรียบเทียบวิธีเกมพนันลูกเต๋ากับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน ผลที่ได้จากการทดลองคือวิธีเกมพนันลูกเต๋ามีประสิทธิภาพกว่าวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชันทั้งในด้านพฤติกรรมการลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะที่สุด คุณภาพของค่าเหมาะที่สุดที่ทำคำนวณได้และความสม่ำเสมอที่จะเจอค่าเหมาะที่สุดของปัญหานั้น ๆ

คำสำคัญ วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสอง, ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

Abstract

The Particle Swarm Optimization Algorithm (PSO) was developed based on behavior of flocking animal, that searching for food by following a member who near a source of food. The original PSO was developed for continuous optimization problems, however the PSO can be modified to solve discrete optimization problems but this algorithm needs discretization for encoding to discrete space. The sigmoid function has been used in the most of literatures that study in discrete PSO. In this paper proposes a novel binary discretization for PSO that called “sic bo game method”, moreover the PSO with the new binary discretization and the sigmoid function were modified to solve uncapacitated facility location problems (UFLP) for compare both performances, the results of comparison show that the sic bo game method is more effective than the sigmoid function method because the sic bo game method well delivers computation solution, consistency of optimum, and behavior of convergence to problem's global optimum.

Keywords Binary Discretization, Particle Swarm Optimization Algorithm

1. บทนำ

ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค (particle swarm optimization: PSO) ได้ถูกพัฒนาโดย Kennedy และ Eberhart ในปี 1995 [1] ที่ใช้พื้นฐานการทำงานของขั้นตอนวิธีการมาจากการเลียนแบบพฤติกรรมการหาอาหารของฝูงสัตว์ที่หาอาหารแบบเป็นฝูง โดยฝูงสัตว์นั้นจะไม่มีหัวหน้าฝูงนำทาง แต่สมาชิกของฝูงจะหาอาหารโดยติดตามสมาชิกตัวที่ใกล้แหล่งอาหารดีที่สุดในขณะนั้น โดยในเริ่มแรกขั้นตอนวิธีการดังกล่าวได้ถูกออกแบบเพื่อใช้สำหรับการค้นหาค่าเหมาะที่สุดของปัญหาแบบค่าต่อเนื่อง (continuous optimization problems) [2] หลังจากนั้นได้มีงานวิจัยอื่น ๆ ที่ได้นำขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค มาพัฒนาและประยุกต์ใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะการพัฒนาความเร็วของขั้นตอนวิธีการให้ลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด (convergence rate) และคุณภาพของค่าเหมาะที่สุด อย่างไรก็ตามปัญหาที่เกิดขึ้นในงานโลจิสติกส์และห่วงโซ่อุปทานส่วนใหญ่มักจะอยู่ในปัญหาค่าไม่ต่อเนื่อง (discrete problems)

ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันยังคงต้องการวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่อง (discretization methods) แบบใหม่ที่มีประสิทธิภาพ [3] โดยเฉพาะวิธีการที่สามารถลดการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุดเฉพาะที่ (local optimum) ก่อนที่จะเจอคำตอบที่เหมาะที่สุด (premature convergence) [4] เพื่อใช้สำหรับการหาคำตอบที่เหมาะที่สุดของปัญหาค่าไม่ต้องเนื่องอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองแบบใหม่ ที่ทำให้ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคมีประสิทธิภาพทั้งในด้านการค้นหาค่าเหมาะที่สุด (global optimum) และด้านความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด (speed of convergence) ในขั้นตอนการประเมินประสิทธิภาพวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองแบบใหม่ จะประยุกต์ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคกับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต และเปรียบเทียบกับวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน (sigmoid function)

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. นำเสนอวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องระบบเลขฐานสองวิธีการใหม่
2. ประยุกต์ใช้วิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องระบบเลขฐานสองวิธีการใหม่ในขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องกับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต
3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องระบบเลขฐานสองวิธีการใหม่กับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน

3. ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาและนำเสนอวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องระบบเลขฐานสองแบบใหม่ สำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค และประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องกับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิตจากเว็บไซต์ OR – Library เพื่อที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องระบบเลขฐานสองวิธีการใหม่กับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน

4. การทบทวนวรรณกรรม

4.1 ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบที่เหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่อง

ในปี 1997 J. Kennedy และ R. C. Eberhart [4] ได้เสนอขั้นตอนวิธีการหาคำตอบที่เหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบเลขฐานสองเพื่อใช้สำหรับปัญหาค่าไม่ต่อเนื่อง ซึ่งในวิธีการนี้อนุภาคแต่ละตัวจะประกอบไปด้วยส่วนประกอบมิติ D (D - dimentional) ที่ ระบุคำตอบที่เป็นไปได้ (possible solutions) เพื่อใช้ในการคำนวณค่าความเหมาะสม (fitness value) โดยตำแหน่งของแต่ละอนุภาคจะถูกพิจารณาในมิติ D และแต่ละส่วนประกอบในมิติของอนุภาคจะมีค่าเป็นเลขฐานสองคือ 0 หรือ 1 เท่านั้น โดยอนุภาคแต่ละตัวจะมีค่าความเร็วของแต่ละส่วนประกอบอยู่ในมิติ D เช่นกัน ซึ่งค่าความเร็วของแต่ละส่วนประกอบในมิติ D จะอยู่ในช่วง $[-V_{max}, V_{max}]$ ค่าความเร็วจะถูกนำไปคำนวณในสมการความน่าจะเป็น เพื่อที่จะนำค่าความน่าจะเป็นไประบุตำแหน่งของแต่ละมิติของอนุภาค ในการทำงานของขั้นตอนวิธีการนี้ ที่จุดเริ่มต้นการทำงานของขั้นตอนวิธีการจำนวนของอนุภาคและเวกเตอร์ความเร็วของแต่ละส่วนประกอบอนุภาคนั้นจะถูกสร้างขึ้นอย่างสุ่มและเมื่อขั้นตอนวิธีการนี้ทำการคำนวณค่าไปจนถึงรอบการทำงานลำดับต่อไป ที่ได้พบคำตอบที่เป็นไปได้มาค่าหนึ่ง เวกเตอร์ความเร็วจะถูกนำไปคำนวณในเวกเตอร์ความเร็วใหม่ในรอบการทำงานต่อไป โดยใช้ตำแหน่งที่ดีที่สุดของอนุภาค (pbest) และตำแหน่งอนุภาคที่ดีที่สุดของกลุ่มอนุภาค (gbest) ในการคำนวณร่วมด้วย ตามสมการที่ 2.5 หลังจากนั้นเวกเตอร์ความเร็วที่ได้จะถูกนำมาคำนวณหาตำแหน่งของอนุภาคในรอบการทำงานใหม่ด้วยความน่าจะเป็น ตามสมการที่ (1)

$$v_i^{t+1}(j) = v_i^t(j) + c_1 r_1 \left(pbest_i^t(j) - x_i^t(j)\right) + c_2 r_2 \left(gbest_i^t(j) - x_i^t(j)\right) \quad (1)$$

$$sig\left(v_i^{t+1}(j)\right) = \frac{1}{1+exp^{-v_i^{t+1}(j)}} \quad (2)$$

$$x_i^{t+1}(j) = \begin{cases} 1, & Rand() \leq sig\left(v_i^{t+1}(j)\right) \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

เมื่อ $v_i^t(j)$ คือ ความเร็วของอนุภาคตำแหน่งในอนุภาคลำดับที่ j ของอนุภาค i ในรอบการหาคำตอบที่ t, $x_i^t(j)$ คือ ส่วนประกอบของเวกเตอร์ตำแหน่งในอนุภาคลำดับที่ j ในรอบการหาคำตอบที่ t, $sig\left(v_i^{t+1}(j)\right)$ คือ ซิกมอยด์ฟังก์ชันที่คำนวณมาจากค่า $v_i^t(j)$, $x_i^{t+1}(j)$ คือ การคำนวณตำแหน่งของอนุภาค, pbest คือ ตำแหน่งที่ดีที่สุดของ, gbest คือ ตำแหน่งอนุภาคที่ดีที่สุดของกลุ่ม, r_1 และ r_2 คือ สัมประสิทธิ์จากการสุ่มตัวเลข, c_1 และ c_2 คือ สัมประสิทธิ์การเร่งความเร็วไปยังตำแหน่งที่ดีที่สุดของอนุภาค

4.2 วิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน (sigmoid function)

วิธีการนี้เป็นวิธีการที่พบในงานวิจัยหลายงาน เป็นวิธีสำหรับการเข้ารหัสตำแหน่งของอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องในระบบเลขฐานสอง เวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาค $\vec{x}_i(k)$ จะเข้ารหัสโดยใช้ซิกมอยด์ฟังก์ชันด้วยความน่าจะเป็นที่เวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาค $\vec{x}_i(k)$ จะเปลี่ยนค่าเป็น 0 หรือ 1 [5]

4.3 ปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต

G. Cornuéjols et al. [6] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิตไว้ดังนี้ ในการกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหานี้ จะพิจารณาเป็นปัญหาแบบจำนวนเต็ม (integer programing) โดยมีจำนวนของลูกค้า m ราย ที่มีความต้องการสินค้าชนิดหนึ่ง ๆ และจำนวนของสถานที่ตั้งที่เป็นไปได้ n แห่ง แต่ละแห่งมีต้นทุนในการก่อสร้าง fc_j หน่วย ต้นทุนการขนส่ง c_{ij} หน่วยที่ใช้ในการขนส่งสินค้าให้ลูกค้ารายที่ i จากสถานที่ตั้งโรงงาน j โดยแต่ละที่ตั้งจะไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต และจำนวนความต้องการสินค้าทั้งหมดของลูกค้าแต่ละรายจะได้รับการตอบสนองโดยโรงงานผลิตเพียง 1 แห่ง ดังนั้นในการตัดสินใจหาจำนวนของโรงงานที่จะตั้ง และเลือกสถานที่ ๆ จะตั้ง ด้วยต้นทุนรวมต่ำที่สุด จะหาได้ด้วยสมการตัดสินใจที่ (4) ภายใต้เงื่อนไขสมการข้อจำกัดที่ (5) จะทำให้ความต้องการทั้งหมดของลูกค้าแต่ละรายถูกตอบสนองและสมการข้อจำกัดที่ (6) ความต้องการของลูกค้าจะถูกตอบสนองโดยโรงงานที่ถูกเปิดเท่านั้น

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$z = min\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} fc_j y_j\right) \tag{4}$$

สมการเงื่อนไข (Constrained)

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in m \tag{5}$$

$$0 \le x_{ij} \le y_j, y_j \in \{0,1\} \tag{6}$$

เมื่อ i คือ ลูกค้ารายที่ i โดยที่ $i = 1, \dots, m$, j คือ สถานที่ตั้งที่เป็นไปได้ที่ j โดยที่ $= 1, \dots, n$, c_{ij} คือ ต้นทุนการขนส่งสินค้าให้ลูกค้ารายที่ i จากสถานที่ตั้งโรงงาน j, fc_j คือ ต้นทุนที่ใช้ในการก่อสร้างโรงงานที่ j,

x_{ij} คือ ถ้า $x_{ij} = 1$ คือ ส่งสินค้าให้ลูกค้ารายที่ i จากสถานที่ตั้งโรงงาน j, $x_{ij} = 0$ คือ อื่น ๆ, y_j คือ ถ้า $y_j = 1$ คือ เลือกสถานที่ตั้งโรงงาน j, $y_j = 0$ คือ อื่น ๆ

5. วิธีดำเนินการวิจัย

ในส่วนนี้จะนำเสนอวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองแบบใหม่ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาและพัฒนาขึ้นมา ผู้วิจัยจะเรียกวิธีการนี้ว่า “วิธีเกมพนันลูกเต๋า” (sic bo game method) และทดสอบประสิทธิภาพของวิธีเกมพนันลูกเต๋ากับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน โดยนำทั้งสองวิธีมาประยุกต์ใช้กับปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งที่ดีที่สุดแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิตซึ่งเป็นปัญหาแบบค่าไม่ต่อเนื่อง

5.1 วิธีเกมพนันลูกเต๋าสำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค

เกมพนันลูกเต๋าเป็นเกมการพนันที่เล่นกันอย่างแพร่หลายในคาสิโน จะรู้จักกันในชื่อ Sic Bo มีต้นกำเนิดมากจากประเทศจีน ผู้วิจัยนำแนวคิดการเล่นเกมพนันลูกเต๋ามาเลียนแบบรูปแบบกฎิกาการเล่นที่เป็นการเดิมพันบนค่า สูง – ต่ำ ของลูกเต๋า ซึ่งจะเดิมพันบนผลรวมที่ได้จากหน้าลูกเต๋าทั้ง 3 ลูกมาพัฒนาวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสอง โดยลูกเต๋าแต่ละลูกจะเป็นตัวแทนของตำแหน่งปัจจุบันของอนุภาค, ตำแหน่งที่ดีที่สุดของอนุภาค, และตำแหน่งอนุภาคที่ดีที่สุดของกลุ่มอนุภาค ผลรวมของลูกเต๋าทั้งสามลูกแทนความเร็วของอนุภาคจะอยู่ระหว่าง 3 ถึง 18 [7] ได้แสดงให้เห็นว่าผลรวมของลูกเต๋าทั้งสามลูกที่ให้ค่าตั้งแต่ 3 ถึง 10 และ 11 ถึง 18 มีความน่าจะเป็นเท่ากันคือ 108/216 ทำให้สามารถนำมาปรับใช้สำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคได้อย่างเหมาะสม โดยขั้นตอนวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองแบบวิธีเกมพนันลูกเต๋าจะมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

5.1.1 ความเร็วของอนุภาค (particle’s velocity)

ความเร็วของอนุภาคแต่ละอนุภาค v_i^t จะมีขนาดเท่ากับเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาค กำหนด $v_i^t = [v_i^t(1), v_i^t(2), \dots, v_i^t(j)]$ เป็นเวกเตอร์ความเร็วของอนุภาคโดยแต่ละส่วนประกอบของเวกเตอร์ความเร็วของอนุภาค j จะถูกคำนวณตามสมการที่ (7) เป็นผลรวมจากค่าความเร่งที่ส่งผลมาจากตำแหน่งปัจจุบันของอนุภาค $a_i^{t+1}\left(x_i^t(j)\right)$ ค่าความเร่งที่ส่งผลมาจากตำแหน่งที่ดีที่สุดของอนุภาค $a_i^{t+1}\left(pbest_i^t(j)\right)$ และ ค่าความเร่งที่ส่งผลมาจากตำแหน่งอนุภาคที่ดีที่สุดของกลุ่มอนุภาค $a_i^{t+1}\left(gbest^t(j)\right)$ โดยค่าความเร่งทั้งสามค่าจะมีวิธีการคำนวณที่เหมือนกันตามสมการที่ (8) อธิบายได้ว่าค่าความเร่งแต่ละค่าจะมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 6 ตามแต้มของหน้าลูกเต๋า ในการคำนวณค่าความเร่งจะอ้างอิงจากตำแหน่งอนุภาคแบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ กรณีแรกตำแหน่งอนุภาคปัจจุบันเป็น 1 จะทำให้ค่าความเร่งมีความน่าจะเป็นที่จะเป็นแต้ม 3 เป็น 0.1 แต้ม 4 เป็น 0.3 แต้ม 5 เป็น 0.3 และแต้ม 6 เป็น 0.3 และ กรณีที่สองตำแหน่งอนุภาคปัจจุบันเป็น 0 จะทำให้ค่าความเร่งมีความน่าจะเป็นที่จะเป็นแต้ม 4 เป็น 0.1 แต้ม 3 เป็น 0.3 แต้ม 2 เป็น 0.3 และแต้ม 1 เป็น 0.3 ตัวอย่างเช่นถ้าตำแหน่งอนุภาคปัจจุบันเป็น 0 และสุ่มตัวเลข [0, 1] มาหนึ่งค่าได้เท่ากับ 1.0 จะทำได้ค่าความเร่งเท่ากับ 1 ในทางกลับกันถ้าตำแหน่งอนุภาคปัจจุบันเป็น 1 และสุ่มตัวเลข [0, 1] มาหนึ่งค่าได้เท่ากับ 1.0 จะทำได้ค่าความเร่งเท่ากับ 6 ดังนั้นความเร็วของอนุภาคจะมีค่าจำกัดอยู่ในช่วง [3, 18]

$$v_i^{t+1}(j) = a_i^{t+1}\left(x_i^t(j)\right) + a_i^{t+1}\left(pbest_i^t(j)\right) + a_i^{t+1}\left(gbest^t(j)\right) \quad (7)$$

$$a_i^{t+1}(k)\begin{cases} if\ k=1,\ a_i^{t+1}(k) = \begin{cases} 3, & Rand() \le 0.1 \\ 4, & Rand() \le 0.4 \\ 5, & Rand() \le 0.7 \\ 6, & Rand() \le 1.0 \end{cases} \\ if\ k=1,\ a_i^{t+1}(k) = \begin{cases} 4, & Rand() \le 0.1 \\ 3, & Rand() \le 0.4 \\ 2, & Rand() \le 0.7 \\ 1, & Rand() \le 1.0 \end{cases} \end{cases},$$

$$k \in \{x_i^t(j), pbest_i^t(j), gbest^t(j)\} \quad (8)$$

5.1.2 การคำนวณตำแหน่งของอนุภาค (position of particles)

ตำแหน่งของอนุภาคหนึ่ง ๆ ของสำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบเลขฐานสอง จะแสดงในรูปแบบเมตริกซ์โดยจะเรียกเมตริกซ์นี้ว่าเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาค x_i^t กำหนดให้ $x_i^t = [x_i^t(1),\ x_i^t(2), \ldots, x_i^t(j)]$ ในเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคจะประกอบไปด้วยส่วนประกอบเวกเตอร์ j ตำแหน่ง ซึ่งแต่ละส่วนประกอบเวกเตอร์ $x_i^t(j)$ จะถูกเข้ารหัสเป็นเลขฐานสองคือ 0 และ 1 ในการเข้ารหัสเลขฐานสองจะเข้ารหัสด้วยวิธีเกมพนันลูกเต๋ารูปแบบกฎิกาการเล่นที่เป็นการเดิมพันบนค่า สูง – ต่ำ ของลูกเต๋า โดยผลรวมของลูกเต๋าทั้งสามลูกที่ให้ค่าตั้งแต่ 3 ถึง 10 จะเป็น “ค่าต่ำ” แทนด้วย 0 และ 11 ถึง 18 จะเป็น “ค่าสูง” แทนด้วย 1 ตามสมการที่ (9)

$$x_i^{t+1}(j) = \begin{cases} 1, & v_i^{t+1}(j) \le 18 \\ 0, & v_i^{t+1}(j) \le 10 \end{cases} \quad (9)$$

เมื่อ $x_i^t(j)$ คือ ส่วนประกอบของเวกเตอร์ตำแหน่งในอนุภาคลำดับที่ j ในรอบที่ t, $v_i^t(j)$ คือ ความเร็วของอนุภาคตำแหน่งในอนุภาคลำดับที่ j ของอนุภาค i ในรอบที่ t

5.2 วิธีการทดลอง

5.2.1 ปัญหาทดสอบ

ในการทดลองการเข้ารหัสเลขฐานสองของขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องกับปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต จะทดลองกับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิตจากเว็บไซต์ OR – Library [8] โดยเลือกปัญหาที่จะนำมาทดลองดังนี้ Cap71, Cap72 และ Cap73 เป็นปัญหาขนาด 16×50 Cap101, Cap102 และ Cap103 เป็น

ปัญหาขนาด 25×50 และ Cap131, Cap132 และ Cap133 เป็นปัญหาขนาด 50×50 (จำนวนของสถานที่ตั้งโรงงานที่เป็นไปได้ m แห่ง และจำนวนของลูกค้า n ราย: $m \times n$)

5.2.2 การกำหนดค่าพารามิเตอร์

ในการกำหนดค่าพารามิเตอร์จากสมการหาความเร็วของอนุภาคสำหรับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน ในการทดลองของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดค่าตาม Eberhart and Shi [9] ที่ได้แนะนำค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ไว้ดังนี้ ω = 0.72984, r_1 และ $r_2 = Rand()$, c_1 และ c_2 = 1.4962 และจำนวนของอนุภาคที่ทำให้ขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคทำงานกับค่าพารามิเตอร์ข้างต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ N = 30 อนุภาค

ในขั้นตอนการทดลองเข้ารหัสเลขฐานสองของขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค ของแต่ละปัญหาทดสอบ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการทำงานของขั้นตอนวิธีการไว้ดังนี้ Cap71, Cap72 และ Cap73 จะทำการทดลอง 100 ครั้ง แต่ละครั้งจะคำนวณซ้ำ 200 รอบ Cap101, Cap102 และ Cap103 จะทำการทดลอง 100 ครั้ง แต่ละครั้งจะคำนวณซ้ำ 500 รอบ และ Cap131, Cap132 และ Cap133 จะทำการทดลอง 100 ครั้ง แต่ละครั้งจะคำนวณซ้ำ 1500 รอบ

5.2.3 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

การทำงานของขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคที่ใช้วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองทั้งสองวิธีนั้น ผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม Microsoft Excel 2010 ในการคำนวณโดยการเขียนเป็นภาษา Visual Basic for Applications และทำงานบน Microsoft Windows 10 Home (64 Bit), Intel Core i7-6700HQ 2.60 GHz, RAM 12 GB DDR4

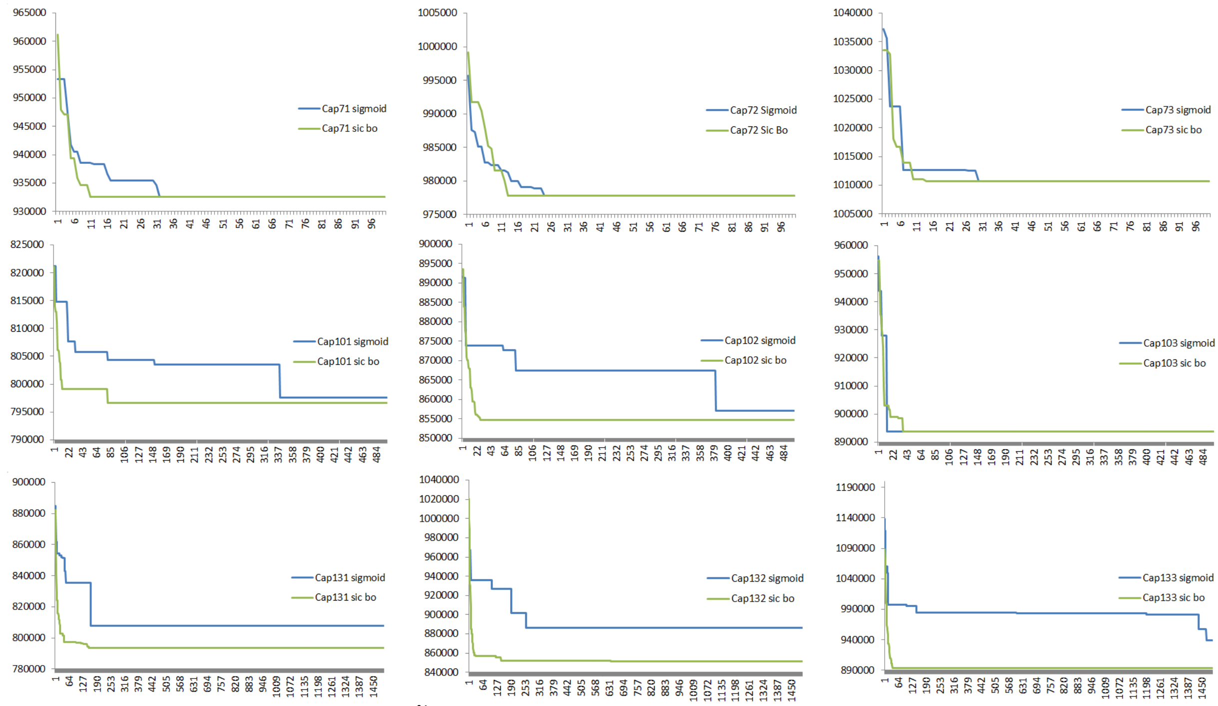
6. ผลการวิจัย

6.1 ผลการทดลอง

ผลที่ได้จากการทดลองของขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องสำหรับปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิต ผู้วิจัยได้แสดงค่าที่ดีที่สุด ค่าที่แย่ที่สุด และค่าเฉลี่ยที่แต่ละวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองทำได้ ตามตารางที่ 1 และพฤติกรรมการลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะที่สุดในภาพที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงผลการทดลองของวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชันและวิธีเกมพนันลูกเต๋า

Problem	Size (m*n)	No. iteration	No. test	sigmoid			sic bo		
				Best	Worst	Average	Best	Worst	Average
Cap71	16*50	200	100	932615.75	932615.75	932615.75	932615.75	932615.75	932615.75
Cap72	16*50	200	100	977799.40	977799.40	977799.40	977799.40	977799.40	977799.40
Cap73	16*50	200	100	1010641.45	1010641.45	1010641.45	1010641.45	1010641.45	1010641.45
Cap101	25*50	500	100	797582.29	805097.05	801647.00	796648.44	800004.98	797221.00
Cap102	25*50	500	100	857048.65	866784.49	862354.00	854704.20	859963.25	854811.00
Cap103	25*50	500	100	893782.11	910352.80	902735.00	893782.11	895027.19	894324.00
Cap131	50*50	1500	100	807904.70	832563.54	826131.00	793439.56	795291.86	793792.00
Cap132	50*50	1500	100	886161.08	915135.83	901552.00	851495.33	851670.13	851499.00
Cap133	50*50	1500	100	939258.23	982862.54	961360.00	893076.71	894801.16	893938.00



หมายเหตุ แกนตั้งคือค่าเหมาะที่สุดและแกนนอนคือรอบการทำงาน

ภาพที่ 1 แสดงพฤติกรรมการลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะที่สุด

6.2 การวิเคราะห์ผลการทดลองเพื่อประเมินประสิทธิภาพ

6.2.1 การวิเคราะห์พฤติกรรมการลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะที่สุด

จากภาพที่ 1 แสดงให้เห็นว่าพฤติกรรมการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุดไม่ต่างกันมากสำหรับปัญหาขนาดเล็ก (Cap71, Cap72, และ Cap73) แต่เมื่อเป็นปัญหาขนาดกลาง (Cap101, Cap102, และ Cap103) ทั้ง 2 วิธีสามารถลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุดได้แต่วิธีเกมพนันลูกเต๋าเริ่มจะเข้าใกล้สถานะคงตัวได้เร็วกว่า และเมื่อเจอปัญหาขนาดใหญ่ (Cap131, Cap132, และ Cap133) วิธีเกมพนันลูกเต๋ามีพฤติกรรมการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะ

ที่สุดดีกว่าอย่างชัดเจนเนื่องจากสามารถเข้าใกล้สถานะคงตัวในรอบการทำงานที่ไม่มากทำให้มีความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด (Speed of Convergence) ที่ดี

6.2.2 การประเมินประสิทธิภาพด้วยวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ากลางของสองประชากรที่มีการกระจายแบบปกติแต่ไม่อิสระต่อกัน

ในการประเมินประสิทธิภาพการเข้ารหัสเลขฐานสองวิธีเกมพนันลูกเต๋าเทียบกับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน ด้วยวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ากลางของสองประชากรที่มีการกระจายแบบปกติแต่ไม่อิสระต่อกัน (Test Concerning a Difference Between Two Means of two normal population : Paired t-test) โดยจะนำค่าเฉลี่ยค่าเหมาะที่สุดมาทำการทดสอบสมมติฐานเพื่อทดสอบวิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองทั้งสองวิธีมีประสิทธิภาพในการหาค่าความเหมาะสมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ดังนี้

สมมติฐานหลัก (null hypothesis: H_0): วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองทั้งสองวิธีมีประสิทธิภาพในการหาค่าความเหมาะสมเท่ากัน $H_0: \mu_{sigmoid} = \mu_{sic\ bo}$
สมมติฐานรอง (alternative hypothesis: H_1): วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองทั้งสองวิธีมีประสิทธิภาพในการหาค่าความเหมาะสมแตกต่างกัน $H_1: \mu_{sigmoid} \neq \mu_{sic\ bo}$
ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (Reject H_0) ถ้า $P - value < \alpha$ โดยกำหนดระดับทดสอบที่ 5 % ($\alpha = 0.05$)

ตารางที่ 2 ตารางแสดงผลการทดสอบจากโปรแกรมสำเร็จรูป minitab

Problem	Sigmoid		Sic Bo		Hypothesis testing (α = 0.05)		
	Average	StDev	Average	StDev	T-value	P-value	H0 Vs H1
Cap71	932616	0	932616	0	-*	-*	-*
Cap72	977799	0	977799	0	-*	-*	-*
Cap73	1010641	0	1010641	0	-*	-*	-*
Cap101	801647	1554	797221	610	26.59	0.00	Reject H0
Cap102	862354	2470	854811	585	30.73	0.00	Reject H0
Cap103	902735	3397	894324	518	24.50	0.00	Reject H0
Cap131	826131	4668	793792	445	68.78	0.00	Reject H0
Cap132	901552	5689	851499	25	88.01	0.00	Reject H0
Cap133	961360	10190	893938	613	65.74	0.00	Reject H0

หมายเหตุ * ไม่สามารถทดสอบสมมติฐานได้เนื่องจากผลการทดลองมีค่าเฉลี่ยเท่ากันและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับศูนย์

ปัญหาทดสอบ Cap71, Cap72, และ Cap73 ไม่สามารถทดสอบสมมติฐานได้เนื่องจากผลการทดลองมีค่าเฉลี่ยเท่ากันและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับศูนย์ ปัญหาทดสอบ Cap101, Cap102, Cap103, Cap131, Cap132, และ Cap133 จากผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ากลางของสองประชากรที่มีการกระจายแบบปกติแต่ไม่อิสระต่อกัน จะได้ $P - value = 0.00$ ที่ระดับทดสอบ $\alpha = 0.05$ คือ

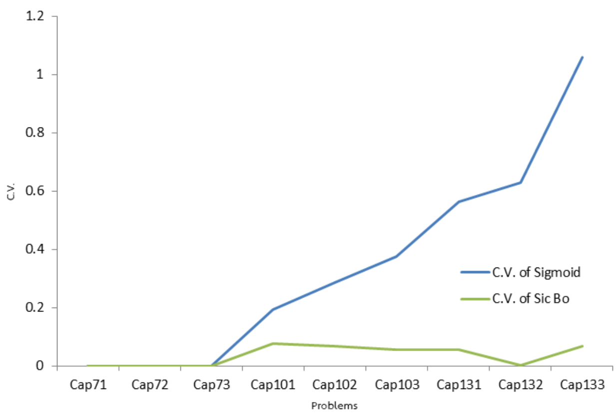
$P - value < \alpha$ ดังนั้น ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (Reject H_0) ที่ $\alpha = 0.05$ และสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาคแบบไม่ต่อเนื่องที่ใช้วิธีการเข้ารหัสเลขฐานสองที่ต่างกัน ทำให้มีประสิทธิภาพในการหาค่าความเหมาะสมแตกต่างกัน โดยวิธีเกมพนันลูกเต๋าให้ค่าเฉลี่ยค่าความเหมาะสมน้อยกว่าวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน

6.2.3 การวิเคราะห์ความสม่ำเสมอของค่าเหมาะที่สุดด้วยสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (Coefficient of Variation: C.V.) คือ อัตราส่วนระหว่างส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น ใช้ในการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป เพื่อบอกว่าข้อมูลชุดใดมีการกระจายมากหรือน้อยกว่ากัน

ตารางที่ 4.1 ตารางแสดงผลการคำนวณสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

Problem	sigmoid			sic bo		
	Average	StDev	C.V.	Average	StDev	C.V.
Cap71	932615.75	0	0.0000	932615.75	0	0.0000
Cap72	977799.40	0	0.0000	977799.40	0	0.0000
Cap73	1010641.45	0	0.0000	1010641.45	0	0.0000
Cap101	801647	1554	0.1939	797221	610	0.0765
Cap102	862354	2470	0.2864	854811	585	0.0684
Cap103	902735	3397	0.3763	894324	518	0.0579
Cap131	826131	4668	0.5650	793792	445	0.0561
Cap132	901552	5689	0.6310	851499	25	0.0029
Cap133	961360	10190	1.0600	893938	613	0.0686



ภาพที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบความสม่ำเสมอของค่าเหมาะที่สุดด้วยสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

จากภาพที่ 2 สัมประสิทธิ์ของการแปรผันค่าเฉลี่ยของค่าเหมาะที่สุดจากวิธีเกมพนันลูกเต๋ามีค่าน้อยกว่าวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน หมายความว่าวิธีเกมพนันลูกเต๋าให้ผลที่มีความสม่ำเสมอของค่าเหมาะที่สุด (Consistency) ดีกว่าเมื่อเทียบกับวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน

7. อภิปรายผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีเกมพนันลูกเต๋าที่เป็นวิธีเข้ารหัสเลขฐานสองแบบใหม่ สำหรับขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบกลุ่มอนุภาค และได้นำขั้นตอนวิธีการดังกล่าวไปประยุกต์ใช้กับปัญหาทดสอบปัญหาการเลือกตำแหน่งที่ตั้งแบบไม่มีข้อจำกัดด้านการผลิตเพื่อทำการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพของวิธีเกมพนันลูกเต๋าโดยทำการเปรียบเทียบกับวิธีเข้ารหัสเลขฐานสองวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน ได้ผลดังนี้

1. จากการเปรียบเทียบกราฟแสดงการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด วิธีเกมพนันลูกเต๋ามีพฤติกรรมการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุดดีกว่าวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชันเนื่องจากสามารถเข้าใกล้สถานะคงตัวในรอบการทำงานที่ไม่มากทำให้มีความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด (Speed of Convergence) ที่ดี

2. จากผลการทดสอบสมมติฐานพบว่าวิธีเกมพนันลูกเต๋ามีประสิทธิภาพในการหาค่าความเหมาะสมที่ดีกว่าเพราะให้ค่าเฉลี่ยค่าเหมาะที่สุดที่ดีกว่า

3. จากการวิเคราะห์ความสม่ำเสมอของค่าเหมาะที่สุดด้วยสัมประสิทธิ์ของการแปรผันพบว่าวิธีเกมพนันลูกเต๋ามีความสม่ำเสมอที่จะเจอค่าเหมาะที่สุดของปัญหานั้น ๆ มากกว่าวิธีซิกมอยด์ฟังก์ชัน

9. เอกสารอ้างอิง

[1] Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. In Proceedings of the IEEE international conference on neural networks IV, pp. 1942–1948.

[2] Schoene, T., Ludwig, S. A., & Spiteri, R. J. (2012). Step-optimized particle swarm optimization. In Evolutionary Computation (CEC), 2012, pp. 1-9.

[3] Krause, J., Cordeiro, J., Parpinelli, R. S., & Lopes, H. S. (2013). A survey of swarm algorithms applied to discrete optimization problems. In Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation, pp. 169-191.

[4] Kennedy, J., & Eberhart, R. C. (1997). A discrete binary version of the particle swarm Algorithm. Computational Cybernetics and Simulation, IEEE International Conference, Vol. 5, pp. 4104-4108.

[5] Hesam Izakian, A. Abraham (2010). A DISCRETE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APPROACH FOR GRID JOB SCHEDULING. Department of Computer EngineeringUniversity of IsfahanHezar Jerib Avenue, Isfahan, Iran, pp. 1–09-0370.

[6] G. Cornuejols, G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey (1990). The uncapacitated facility location Problem, in: P.B. Mirchandani, R.L. Francis (Eds.), Discrete Location Theory, John Wiley and Sons, Inc., New York, NY, USA, pp. 119–171.

[7] Hui Chuan Chen and Gen Kang Chen (2011). Let me roll sic bo. United States Patent.

[8] J.E.Beasley (1990). OR-Library: distributing test problems by electronic mail. Journal of the Operational Research Society, pp. 1069-1072.

[9] R.C. Eberhart, Y. Shi (2000). Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm Optimization, in: Proc. CEC, San Diego, CA, pp. 84–88.